6. cvičení - Langrangeovy multiplikátory

✈ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1 (Jednoduché odhady a parametrizácia)**.** Nalezněte supremum a infimum funkce f na množině M a určete, zda a případně kde se jich nabývá.

(a) $f(x,y) = e^x$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + 2y^2 \leq 1\}$.

(b) $f(x,y) = x$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x \in [0,2], y \in [0,1], 2x + y \leq 2\}$.

(c) $f(x,y) = x^2 + y^2$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + 4y^2 = 1\}$.

(d) $f(x,y,z) = (x+y)^2 + (x-y)^2 + z$ a $M = [-1,1]^3$.

(e) $f(x,y) = x^2 + 12xy + 2y^2$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; 4x^2 + y^2 = 1\}$.

(f) $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{-(x^2+y^2)}$ a $M = \mathbb{R}^2$.

(g) $f(x,y) = (x+y)e^{-2x-3y}$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x \geq 0, y \geq 0\}$.

(h) $f(x,y) = (x+y)e^{-2x-3y}$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x > 0, y > 0\}$.

(i) $f(x,y) = (x^2+5y^2)e^{-(3x^2+y^2)}$ a $M = \mathbb{R}^2$.

Příklad 2 (Na procvičení multiplikátorů)**.** Nalezněte supremum a infimum funkce f na množině M a určete, zda a případně kde se jich nabývá.

(a) $f(x,y,z) = x - 2y + 2z$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

(b) $f(x,y,z) = x - 2y + 2z$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 0\}$.

(c) $f(x,y,z) = xyz$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x + y + z \geq 0\}$.

(d) $f(x,y,z) = \sin x \cdot \sin y \cdot \sin z$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x + y + z = \frac{\pi}{2}, x > 0, y > 0, z > 0\}$.

(e) $f(x,y,z) = xy^2z^3$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x + 2y + 3z = a, x > 0, y > 0\}, a > 0$.

(f) $f(x,y) = x^2 + y$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; 4y^3 - 4y + x^2 = 0, y \geq 0\}$.

Příklad 3 (Bez vzorového řešení)**.** Nalezněte supremum a infimum funkce f na množině M a určete, zda a případně kde se jich nabývá.

(a) $f(x,y,z) = xyz$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

(b) ✈ $f(x,y,z) = xyz$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 0\}$.

(c) $f(x,y) = x + y$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^3 + y^3 - 2xy = 0, x \geq 0, y \geq 0\}$.

(d) $f(x,y) = y$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; (x^2+y^2)^2 = 2(x^2 - y^2)\}$.

(e) $f(x,y) = y$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; (x^2+y^2)^2 = 2(x^2 - y^2)\}$.

(f) ✈ $f(x,y) = y$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; (x^2+y^2)^2 = axy\}, a > 0$.

(g) ✈ $f(x,y,z) = 10z + x - y$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x + y \geq 0\}$.

(h) $f(x,y) = 4x + 3y - 4$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1\}$.

(i) $f(x,y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; \frac{1}{x^2} + \frac{4}{y^2} = 1\}$.

(j) $f(x,y) = x^4 y$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^4 + y^4 \leq 16, x \geq -1\}$.

(k) $f(x,y) = 2x + 4y$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.

(l) $f(x,y,z) = xy + yz$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 1\}$.

(m) $f(x,y) = x^2 - y^2 + \frac{4}{3}x^3$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0\}$.

(n) ✈ $f(x,y,z) = (x^2 + xy + y^2)e^{-z^2}$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 = 1, |z| \leq 1\}$.

(o) $f(x,y) = (x^2 + 7y^2)e^{-(2x^2+y^2)}$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + 4y^2 \leq 1\}$.

(p) $f(x,y,z) = z + e^{xy}$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2\}$.

(q) $f(x,y,z) = x^2 + 2xz + y^2 + z$ a $M = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, y^2 + z^2 = x\}$.

(r) $f(x,y) = \arctan x + \arctan y$ a $M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.